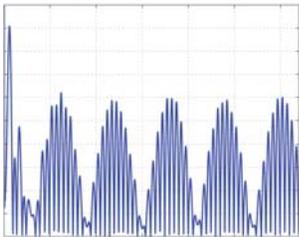


Estimación instantánea de fasores oscilantes usando filtros Taylor^K-Kalman

José Antonio De la O Serna, Johnny Rodríguez Maldonado
Doctorado en Ingeniería Eléctrica, FIME-UANL
jdelao@ieee.org



RESUMEN

La matriz de transición de estados que aproxima un polinomio de Taylor de orden K a la envolvente compleja y sus primeras derivadas conduce a una pluralidad de representaciones de la señal pasabanda de una oscilación en un sistema de potencia. Disponiendo del vector de estados con las derivadas del polinomio, es posible aplicar el algoritmo de Kalman a estos modelos de señal truncados y obtener observadores (filtros) capaces de estimar el fasor dinámico y sus derivadas. Las estimaciones obtenidas con esta técnica son instantáneas (sin retraso), un atributo importante para aplicaciones de control o de monitoreo síncrono. Además, las estimaciones incluyen a la frecuencia, variable crucial para determinar la inestabilidad del sistema. El nuevo filtro reduce el vector total de error conseguido con el filtro tradicional de Kalman, es mucho más estable, y con transitorios cinco veces más cortos; además mejora las estimaciones fasoriales de oscilaciones con fluctuaciones de frecuencia.

PALABRAS CLAVE

Fasor dinámico, filtro de Kalman, observadores, filtros digitales, estimación de estados, estimación de frecuencia, sincrofasores, protecciones, redes de área amplia.

ABSTRACT

The state-transition matrix of the K -th order Taylor approximation to the dynamic phasor and its first derivatives leads to a plurality of state-space representations to approach the bandpass signal model of a power oscillation. With these truncated signal models, the Kalman filter algorithm can be applied to their state vectors in order to find observers able to estimate the dynamic phasor and its first derivatives. The estimates obtained through this technique, from oscillatory signals, are not only instantaneous (no delay) but also synchronous, an important attribute for control applications. They also provide frequency estimates. The new filters reduce the total vector error achieved with the traditional Kalman filter; are much more stable, with settling times five times lower; and improve the phasor estimates of oscillations with frequency offset.

KEYWORDS

Dynamic phasor estimation, frequency estimation, synchrophasors, Kalman filter, Fourier filter, power system measurements and protection, wide area networks, state estimation.

INTRODUCCIÓN

La estimación del fasor bajo condiciones transitorias es un tema común hoy en día debido a la reciente revisión del estándar de sincrofasores.¹ Por un lado, la introducción de las condiciones dinámicas para el concepto clásico del fasor rompe con un viejo esquema fundamental y muy útil en la ingeniería de potencia. Por el otro, se carece de una teoría unificadora que explique la conducta y la relación entre las diferentes técnicas de estimación fasorial, con la cual se pueda recomendar la mejor.

Hay muchos algoritmos de estimación fasorial bajo condiciones transitorias. Aun cuando la norma¹ no especifica el método de estimación fasorial,² menciona (Anexo C) tres de estos como ejemplo: El filtro de Fourier de un ciclo,³ el de respuesta plana de tres ciclos,⁴ y el Coseno Elevado (RCF) de cuatro ciclos.⁵ Los esfuerzos para mejorar el primer método bajo condiciones transitorias, y en vista de la estimación de frecuencia, se han reportado en ^{6,7} y ⁸.

El concepto de fasor dinámico fue propuesto primeramente por ⁹ para seguir la dinámica de las desviaciones de periodicidad de señal en corriente y voltaje en los sistemas de potencia. Se define como la estimación del primer coeficiente de Fourier con la transformada discreta de Fourier de un ciclo, que utiliza el mismo modelo de señal estática del filtro de Fourier.³ Fue en ^{10,11} donde se sugirió una mejora de la estimación, relajando la restrictiva suposición de amplitud y fase constante del fasor estático por una función suave de banda limitada. Este relajamiento estableció un modelo de fasor de señal fluctuante.

La posibilidad de aproximar el fasor dinámico con un polinomio de Taylor mediante el método de mínimos cuadrados, condujo a la inclusión de términos de Taylor en la transformada de Fourier. Esta técnica, llamada Transformada Taylor-Fourier,¹² utiliza mínimos cuadrados ponderados (WLS, weighted least squares) y obtiene filtros de respuesta impulsional finita (FIR). Estos proporcionan una mejor aproximación (en el sentido de mínimos cuadrados) no sólo del fasor, sino además de sus primeras derivadas, a la mitad de la ventana temporal de observación. Este retraso de la estimación es precisamente uno de los inconvenientes de esta técnica, debido a la extensión temporal de los vectores componentes del modelo de señal.

La idea principal de este artículo es usar el filtro de Kalman como un observador capaz de construir (estimar) la señal de entrada con el fasor dinámico y sus derivadas en un vector de espacio de estados. La idea se basa en el hecho de que el filtro de Kalman es muy buen estimador de señal, siempre y cuando su modelo se ajuste a la señal de entrada. En nuestro caso, las estimaciones instantáneas dependen sólo del fasor instantáneo y su complejo conjugado. Y ya para el modelo de segundo orden, las estimaciones son muy buenas.

El filtro de Kalman se propuso originalmente para estimación fasorial en aplicaciones de protecciones en las referencias^{13,14}. El problema es que su uso se vinculó intrínsecamente con el viejo modelo de fasor estático, ejemplo de ello se puede confirmar en las referencias^{15,16,17}. Esto además explica porqué las publicaciones subsecuentes^{18,19} se refieren al filtro de Kalman como si se tratara de uno solo. En la referencia³, por ejemplo, el filtro de Kalman se comparó con el filtro de Fourier de medio ciclo donde el ruido del sistema es nulo y el ruido en la señal es constante; y desde entonces, el filtro de Fourier prevaleció sobre el filtro de Kalman en las subsecuentes publicaciones de estimación fasorial. Pero esta comparación no toma en cuenta que las estimaciones fasoriales proporcionadas por la descomposición de señal de Fourier tienen retardo, mientras que las obtenidas por la descomposición de la señal a través de Kalman son instantáneas. Además, es bien conocido que la estimación del filtro de Kalman depende fundamentalmente del modelo en espacio de estados de la señal,²⁰ y su extraordinario desempeño cuando éste coincide con la señal de entrada.

En este artículo (cuya versión en inglés se puede encontrar en la referencia ²¹) se presentan los resultados del uso del algoritmo de filtro de Kalman para estimar no sólo el fasor dinámico, sino también sus derivadas. El modelo de señal en espacio de estados usado en el corazón del algoritmo de Kalman se obtiene de las derivadas del polinomio de Taylor del K -ésimo orden aproximado a la envolvente compleja de la oscilación. Esto corresponde a la aproximación de Taylor para una señal compleja pasa banda. Su modulación se obtiene mediante una simple rotación en el plano complejo a la frecuencia fundamental. Su principal contribución consiste

en aportar la matriz de transición de estados para aproximar un polinomio de Taylor de orden K a las variaciones de amplitud y fase, entre una muestra de la señal y la siguiente, al ser procesadas por el filtro de Kalman. Esta flexibilidad dinámica le permite al filtro de Kalman estimar señales oscilatorias con gran precisión y, al mismo tiempo, proveer estimaciones instantáneas no sólo del fador, sino también de sus derivadas, incluidas en el vector de estados. Las estimaciones obtenidas en un ejemplo real con fluctuaciones, y en las señales de prueba ilustradas en la referencia¹ muestran la mejora obtenida con esta nueva técnica de estimación fasorial.

La nueva aproximación es muy diferente a la reportada en⁷ que estima la frecuencia dinámica de dos estimaciones consecutivas del fador usando ecuaciones diferenciales finitas. En esta solución, el error debido a las condiciones dinámicas se agrega a la gran sensibilidad del ruido de las ecuaciones en diferencias finitas.

El artículo está organizado como sigue: En la sección 2, se obtiene y describe el espacio de estados del modelo de señal. Después, en la sección 3, se declaran las ecuaciones del filtro de Kalman tal como se implementaron en este artículo, junto con sus principales referencias. Finalmente, en la sección 4, se presentan y discuten los resultados obtenidos con el modelo de señal de orden cero y dos. La principal conclusión es que el filtro de Kalman es capaz de proveer buenas estimaciones instantáneas (sincronizada y sin retraso) no sólo del fador, sino también de sus primeras derivadas. Estos resultados son prometedores y sin duda tendrán un impacto positivo sobre la conformación de la nueva norma de sincrofasores.

MODELO DE SEÑAL

En^{10,11} se propuso el modelo de una señal pasabanda para sistemas de potencia oscilatorios:

$$s(t) = a(t)\cos(2\pi f_1 t + \varphi(t)) \quad (1)$$

en donde $a(t)$ es la amplitud y $\varphi(t)$ la fase de la señal $s(t)$. Se asume que la señal pasabanda es de banda estrecha alrededor de la frecuencia central f_1 . Esto significa que las variaciones de amplitud y fase son suaves con respecto a la onda cíclica.

En términos de la función exponencial compleja el modelo de señal puede simplificarse como:

$$s(t) = \frac{1}{2} \left(p(t)e^{j2\pi f_1 t} + \bar{p}(t)e^{-j2\pi f_1 t} \right) = \Re\{p(t)e^{j2\pi f_1 t}\} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (2)$$

donde $p(t)=a(t)e^{j\varphi(t)}$ es el fador dinámico.

Es posible aproximar a la función compleja del fador dinámico $p(t)$, con un polinomio de Taylor de orden K centrado en t_0 :

$$p_K = p(t_0) + \dot{p}(t_0)(t-t_0) + \dots + p^{(K)}(t_0) \frac{(t-t_0)^K}{K!} \quad t_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq t_0 + \frac{T}{2} \quad (3)$$

La matriz de transición de estados se obtiene fácilmente derivando sucesivamente el polinomio de Taylor. Para $\tau=t-t_0$ tenemos:

$$p_K(t) = p(t_0) + \dot{p}(t_0)\tau + \frac{\ddot{p}(t_0)\tau^2}{2!} + \dots + p^K(t_0) \frac{\tau^K}{K!} \quad \dot{p}_K(t) = \dot{p}(t_0) + \ddot{p}(t_0)\tau + \dots + p^K(t_0) \frac{\tau^{K-1}}{(K-1)!} \quad (4)$$

$$p_K^K(t) = p^K(t_0)$$

Finalmente, la transición de estados es dada por:

$$p_k(t) = \Phi_k(\tau)p_k(t_0) \quad (5)$$

donde $p_k(t)$ es el vector de estados y la matriz de transición es de la forma:

$$\Phi_K(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2!} & \dots & \frac{\tau^K}{K!} \\ & 1 & \tau & \dots & \frac{\tau^{K-1}}{(K-1)!} \\ & & 1 & \dots & \frac{\tau^{K-2}}{(K-2)!} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Para un orden polinomial dado, la aproximación es más exacta cuando $t \rightarrow t_0$ si $p(t)$ es una función suave. El modelo truncado puede aplicarse en el instante de tiempo t_0 con suficiente precisión a condición de que el intervalo τ sea pequeño. Esta condición se logra entre dos muestras digitales de la señal ya que generalmente se aplica un periodo de muestreo mucho más corto que el periodo fundamental $T_1 = \frac{1}{f_1}$. En este artículo se asume que

la señal es muestreada a $N_1=64$ muestras por ciclo, de esta manera $\tau = T_1 / 64$. Este es un periodo de tiempo muy corto con respecto a las fluctuaciones lentas de $p(t)$, presentes en el sistema de potencia.

El modelo truncado de señal es dado por:

$$s_K(t) = \Re\{\mathbf{h}^T \mathbf{p}_K(t) e^{j2\pi f_1 t}\} = \Re\{\mathbf{h}^T \mathbf{r}_K(t)\} \quad (7)$$

donde $r(t)$ es la versión rotada del fasor dinámico y $\mathbf{h}^T=[10\emptyset\dots\emptyset]$, con K ceros. Asumiendo $t_0=(n-1)\tau$ y $t=n\tau$, tenemos la siguiente transición de estados entre los vectores discretos rotados:

$$\mathbf{r}_K(n) = \Phi_K(\tau) \Psi_1 \mathbf{r}_K(n-1) \quad (8)$$

donde Ψ_1 es el factor de fase $\Psi_1=e^{j\theta_1}$, correspondiente a la frecuencia fundamental ($\theta_1=2\pi f_1 \tau=2\pi/N_1$). Finalmente, para definir la ecuación de transición de estados como:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_K(n) \\ \bar{\mathbf{r}}_K(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \Phi_K(\tau) & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_1 \Phi_K(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_K(n-1) \\ \bar{\mathbf{r}}_K(n-1) \end{pmatrix} \quad (9)$$

el modelo truncado de la señal es dado por:

$$s_K(n) = \frac{1}{2} (\mathbf{h}^T \mathbf{h}^T) \begin{pmatrix} \mathbf{r}_K(n) \\ \bar{\mathbf{r}}_K(n) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Estas ecuaciones muestran la dependencia instantánea del modelo de señal sobre el fasor dinámico. El filtro Taylor-Kalman es un seguidor de señal que efectúa una descomposición instantánea de señal en sus diferentes componentes fasoriales. Las mejores estimaciones fasoriales se obtienen cuando se alcanza el menor error de estimación de señal, y esto sucede cuando la señal de entrada está en el subespacio generado por el modelo de señal. Este es precisamente el caso de oscilaciones suaves en el subespacio de segundo orden ($K=2$), como veremos en los resultados numéricos, en donde se alcanzan errores de estimación de señal de millonésimas.

La matriz de transición en (9) es $2(K+1) \times 2(K+1)$ y trabaja con el fasor girado (o modulado), por lo que para obtener las estimaciones fasoriales, se deben antirrotar las del filtro de Kalman. Note que el modelo en espacio de estados de la ecuación (9) contiene información genética del desarrollo de la trayectoria de una muestra a la siguiente. El modelo de la señal en espacio de estados ($K=0$) obliga al fasor a moverse en círculos de una muestra a la siguiente. Con la matriz de transición de estados de Taylor en (6), permite la estimación del fasor con mayor flexibilidad en las trayectorias, limitadas por el término de orden más alto en el polinomio.

En la siguiente sección, consideraremos cómo se usa este modelo de señal truncada en el filtro de Kalman. Este filtro descompone la señal de entrada en los componentes del vector de estados. La descomposición de Kalman y sus estimaciones son instantáneas, sin el retraso implícito de la descomposición del filtro de Fourier.

FILTRO DE KALMAN

En esta sección se adopta el desarrollo del filtro de Kalman en,²² pp.381-384. Otras referencias se pueden encontrar en.^{23,20,3} El modelo del vector de estados es:

$$\mathbf{x}(n) = \Phi \mathbf{x}(n-1) + \Gamma v(n) \quad (11)$$

en el cual la matriz de transición y el vector de estados se definen en (9), y $\Gamma^T=(\mathbf{h}^T \mathbf{h}^T)$, donde $v(n)$ es un ruido blanco gaussiano (WGN) que afecta solo los componentes del fasor rotado, i.e., las derivadas no son afectados por el ruido.

Por otro lado, la observación (o medición) del modelo es:

$$s(n) = \mathbf{H} \mathbf{x}(n) + w(n) \quad (12)$$

Asumiendo que la señal es afectada por un ruido aditivo WGN en $w(n)$. Finalmente, del modelo de señal en (10), se tiene que $\mathbf{H} = \frac{1}{2} (\mathbf{h}^T \mathbf{h}^T)$.

El proceso recursivo de Kalman se define mediante la siguiente secuencia para el n -ésimo ciclo:

1. Predicción

(a) Predicción del estado

$$\hat{\mathbf{x}}^-(n) = \Phi \hat{\mathbf{x}}(n-1) \quad (13)$$

(b) Error de covarianza a priori

$$\mathbf{P}^-(n) = \Phi \mathbf{P}(n-1) \Phi^H + \Gamma \Gamma^T \sigma_v^2 \quad (14)$$

2. Medición

(a) Ganancia de Kalman

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{P}^-(n) \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}^-(n) \mathbf{H}^T + \sigma_w^2)^{-1} \quad (15)$$

(b) Actualización del estado

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) + \mathbf{K}(n)(s(n) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \quad (16)$$

(c) Error de covarianza a posteriori

$$\mathbf{P}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}) \mathbf{P}^-(n) \quad (17)$$

Donde σ_v^2 y σ_w^2 son la varianza de la entrada y del ruido en la medición respectivamente. El proceso comienza con $\mathbf{x}(0)=0$ y $\mathbf{P}(0)=10^9 \mathbf{I}$ para las condiciones iniciales desconocidas de estado en la matriz de covarianza.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Señal de prueba

La señal en (1) se toma como señal de prueba con la siguientes funciones de amplitud y fase:

$$a(t) = a_0 + a_1 \sin(2\pi f_a t) \quad (18)$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \varphi_1 \sin(2\pi f_\varphi t) \quad (19)$$

Con los siguientes parámetros en amplitud: $a_0=1$, $a_1=0.1$, y $f_a=5$ Hz; fase: $\varphi_0=1$, $\varphi_1=0.1$, $f_\varphi=5$ Hz; y ruidos: $\sigma_v^2 = 0.01$, y $\sigma_w^2 = 10^{-4}$, que corresponden a una relación señal a ruido (SNR) de 37 dB, correspondientes a una conversión de análogo a digital de 6 bits. Además del ruido blanco, los algoritmos se probaron con ruido rosa²⁴ y básicamente con los mismos umbrales de error, y se encontró básicamente el mismo comportamiento. Merece la pena mencionar que el estándar¹ no contiene ninguna especificación involucrada con respecto a la conversión análogo digital de la señal de entrada,² y menos aún alguna referencia a los diferentes tipos de ruido.

Modelo de orden cero

Los siguientes resultados son obtenidos con el modelo truncado de orden cero Φ_0 .

Como se puede ver en figura 1, el filtro de Kalman con la matriz de transición de estados de orden cero proporciona una buena estimación de señal. Logrando errores de estimación de señal del orden de 10^{-5} . Desafortunadamente, el problema no consiste en estimar la señal de entrada, sino su fasor.

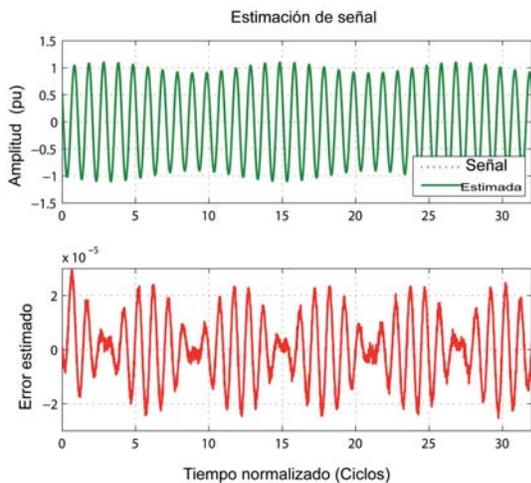


Fig. 1. Señal estimada y error estimado con el modelo de señal de orden cero.

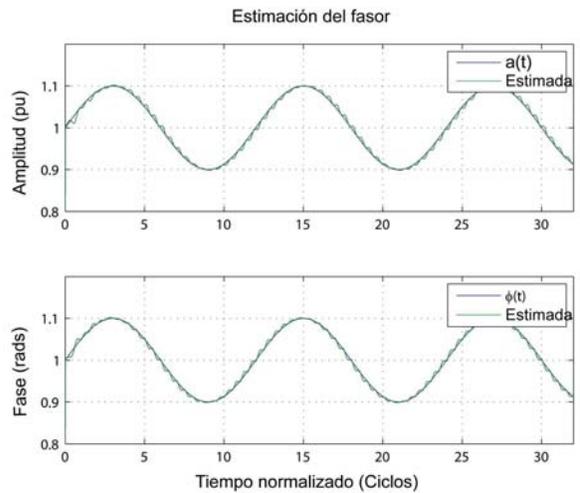


Fig. 2. Fasor estimado. Amplitud y fase estimados usando el modelo de señal de orden cero.

Las componentes de amplitud y fase ideales son mostradas en figura 2 con línea azul, mientras sus estimaciones con línea verde. La estimación exhibe un comportamiento indeseable corrugado similar a la infiltración en el célebre filtro de Fourier de un ciclo (ver figura 5 en la referencia⁵). Este comportamiento se percibe con mayor claridad en la trayectoria seguida en el plano complejo por las estimaciones mostradas en figura 3. Las ganancias de Kalman son reales y convergen en 0.9902 después de los tres primeros ciclos fundamentales. La figura 4 muestra el comportamiento del vector total de error (TVE, Total Vector Error), que es similar al de la figura 10 en la

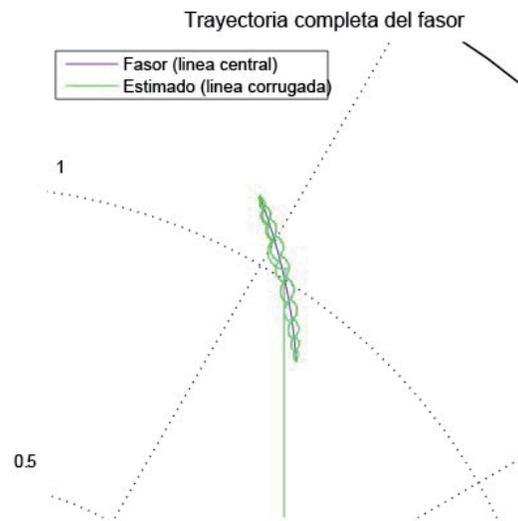


Fig. 3. Trayectoria del fasor complejo (línea azul) y estimación (línea verde) producida con el modelo de señal de orden cero.

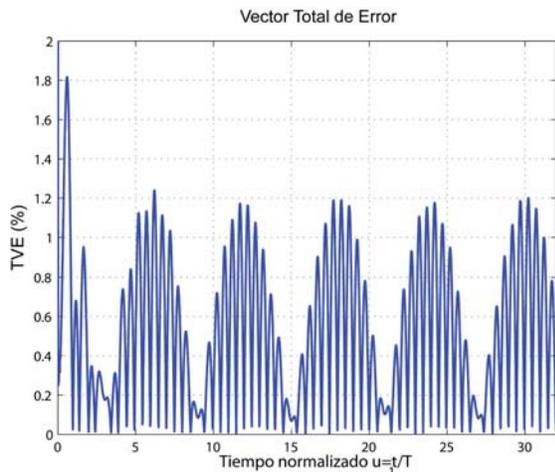


Fig. 4. Vector total de error conseguido con el modelo truncado de orden cero.

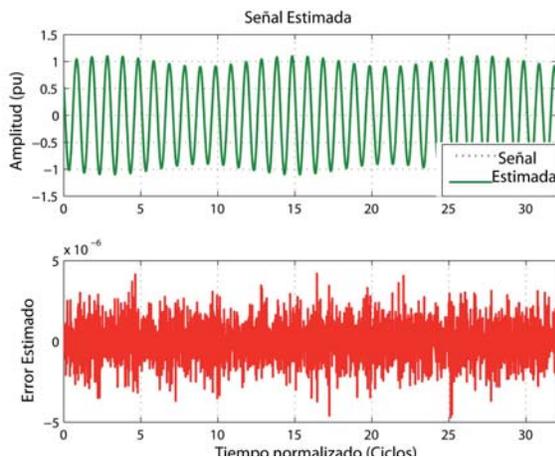


Fig. 5. Señal estimada y error estimado obtenidos con el modelo de señal de segundo orden.

referencia⁵. Como se puede ver, incluso si el filtro de Kalman proporciona buenas estimaciones de señal con el modelo de orden cero, la estimación del fasor no es tan buena como se quisiera. Además, con el modelo de orden cero es imposible estimar la velocidad y aceleración del fasor. En la siguiente subsección se muestra cómo se mejoran las estimaciones con el filtro de Kalman con el modelo de señal de segundo orden.

Modelo de segundo orden

Los siguientes resultados se obtuvieron con el modelo de segundo orden (Φ_2). La matriz de transición de estados es ahora de 6 x 6 elementos. Se aplican los mismos niveles de ruido del caso anterior, $\sigma_v^2 = 0.001$ y $\sigma_w^2 = 10^{-4}$, y las mismos valores de inicio para la matriz de covarianza $P(0)$.

Como se puede ver en la figura 5, la estimación de la señal se ha mejorado. Con el modelo de segundo orden de señal, el error se reduce por un factor de diez. El aumento del orden del polinomio de Taylor mejora también la estimación del fasor, que ahora está más cerca de la amplitud real y secuencia de fase como se puede ver en la figura 6. Es evidente que el efecto corrugado en las estimaciones previas ha desaparecido. Este efecto puede confirmarse en la figura 7, que muestra una trayectoria compleja suave cerca de la real dada por la línea azul. Finalmente, se muestra la evolución del TVE en la figura 8, que se ha reducido por un factor de diez con respecto al del caso previo.

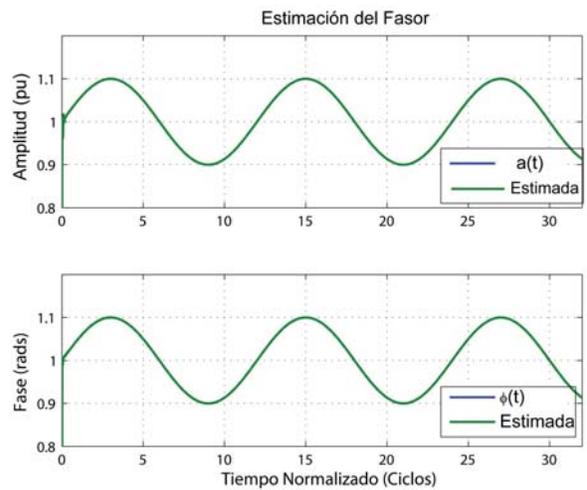


Fig. 6. Estimación del fasor. Amplitud y fase estimados con modelo de señal de segundo orden.

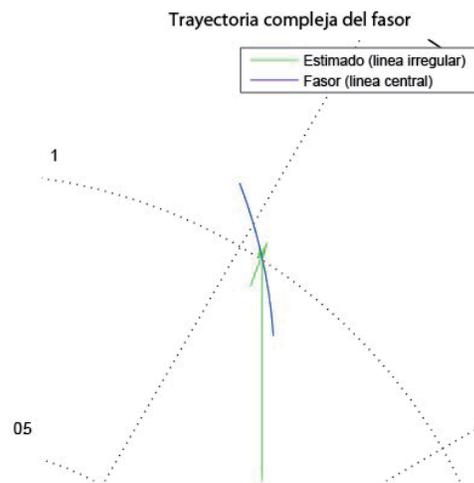


Fig. 7. Trayectoria del fasor complejo (línea azul) y estimación (línea verde) obtenidas con el modelo de señal de segundo orden.

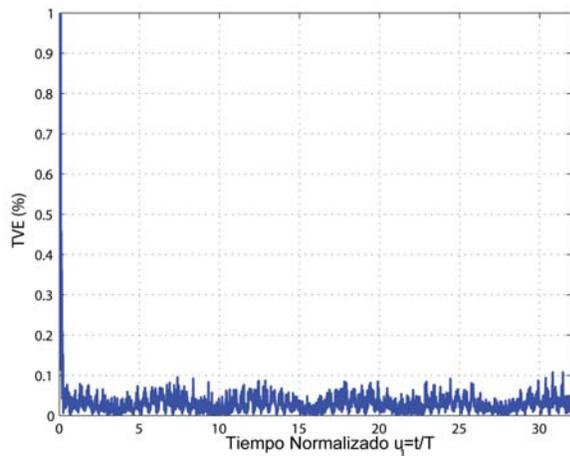


Fig. 8. Vector total de error (TVE) conseguido con el modelo truncado de segundo orden.

Con el modelo de segundo orden es posible obtener las primeras derivadas de la estimación del fasor como se puede ver en la figura 9, en donde se muestran la primera derivada de amplitud y fase (línea azul) con sus estimados (línea verde). Estas derivadas corresponden a la velocidad de amplitud de la oscilación y la fluctuación de frecuencia (con respecto a la frecuencia fundamental) respectivamente. Está claro que estas estimaciones no son tan lisas como las estimaciones del fasor, debido a su comportamiento vibratorio. Sin embargo, estos resultados son mejores que los que se muestran en la referencia ²⁰, capítulo 5, figura 5,17. El efecto vibratorio es más evidente en figura 10, que ilustra el error de la estimación normalizado rms error (NRMSE) de la velocidad y el

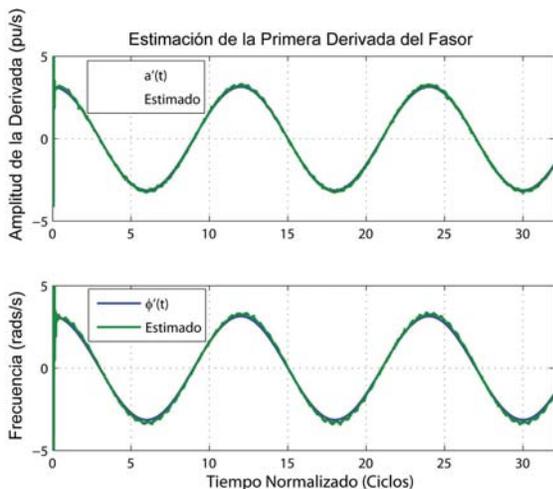


Fig. 9. Estimación de la primera derivada del fasor. Velocidad y frecuencia estimadas obtenidas con el modelo de señal de segundo orden.

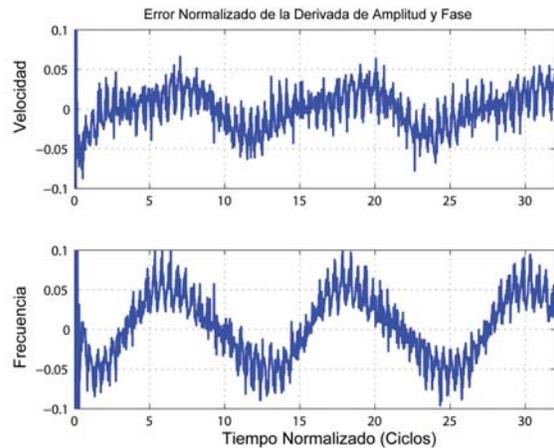


Fig. 10. Normalización del error de velocidad y frecuencia obtenidos con el modelo de segundo orden. cálculo de fluctuación de frecuencia, igual a 0.0332 y 0.0560, respectivamente.

La señal de error se reduce diez veces más con el modelo de cuarto orden, sin embargo la reducción del nivel de TVE y NRMSE no es tan notable, si además se tiene en cuenta el aumento en complejidad numérica del modelo de señal.

El vector de ganancias de Kalman de este ejemplo se congeló al alcanzar el primer estado estable, como se puede ver en en figura 11. Después de ese intervalo en estado estable, las ganancias varían nuevamente, y la conducta de las estimaciones se degrada a una muy similar a la del modelo de orden cero. El vector de ganancias es el siguiente: $K=(0.99208-1.6051i, 167.21-406.19i, 8538.9-4,4603.0i)^T$. Las ganancias de la segunda mitad son simplemente el complejo conjugado de las primeras.

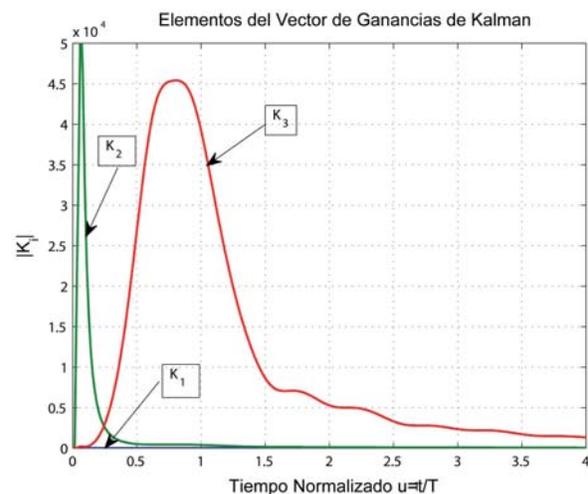


Fig. 11. Magnitud de los elementos del vector ganancia del filtro Kalman.

Reducción del TVE

Es interesante analizar el comportamiento del TVE cuando la frecuencia de muestreo varía o el orden del polinomio de Taylor usado en el modelo de señal cambia. La figura 12 muestra la raíz cuadrática media (root mean square, rms) del TVE en por ciento. El rms se define como:

$$rms(TVE) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N TVE_n^2} \quad (20)$$

por las muestras en un número entero de ciclos. Esta es una buena medida de la media del error (dado en %). Como se puede ver en la figura, los niveles de error son similares para $K=0, 1$; y para $K=2, 3, 4$. Este comportamiento indica que el término al cuadrado de Taylor en el modelo de la señal es crucial para reducir el error de la estimación fasorial. El término impar no reduce el error de estimación fasorial. Descubrimos que a partir del segundo orden las estimaciones fasoriales del filtro de Kalman son instantáneas, y que el error de las estimaciones de orden inferior a dos se debe principalmente a un retraso. El aumento lento del nivel de error en las frecuencias de muestreo más altas, en la segunda curva, se explica por un ligero aumento en la sensibilidad al ruido en las altas frecuencias. Por otro lado, también se observó que las estimaciones de las derivadas se mejoran cuando el orden del polinomio de Taylor se incrementa. En el caso de $K=0, 1$, las ganancias de Kalman convergen rápidamente a valores constantes, sin embargo con $K=2, 3$ y 4, dichas ganancias tienen un comportamiento de estado estable como se muestra

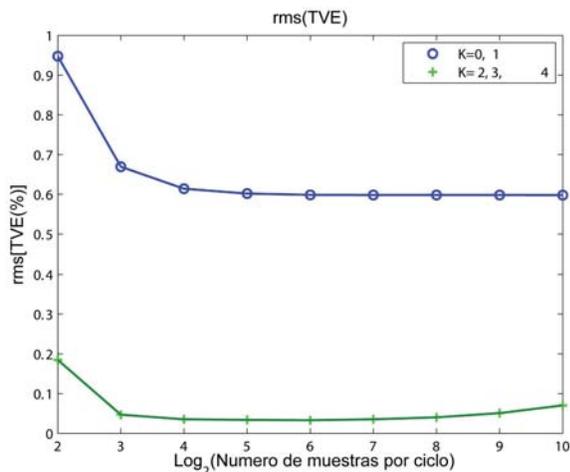


Fig. 12. Raíz de la media cuadrática del TVE (en %) como una función de frecuencia de muestreo ($M=2^m$ muestras por ciclo) y del grado K del polinomio de Taylor.

en la figura 11 en la misma posición de tiempo pero a diferente índice de muestreo sobre la frecuencia de muestreo. Todos estos observadores de Kalman usaron las ganancias de Kalman logradas en el centro del periodo en estado estable.

Respuesta al escalón de magnitud y fase

Para ilustrar la respuesta transitoria del filtro, se considera la respuesta a un escalón de amplitud y fase citado en la referencia ¹, anexo G.2 y G3. La figura 13 ilustra la respuesta transitoria de las estimaciones de amplitud y fase obtenidas con los filtros de Kalman con modelos de cero y segundo orden. El filtro de orden cero produce largas oscilaciones en la estimación de amplitud, que corresponden a la trayectoria espiral en el plano complejo que termina en el valor final del fasor, como se puede ver en la figura 14. Esta transición dura alrededor de doce ciclos, indicando la presencia de polos resonantes cerca del círculo unitario en el plano complejo. La transición del filtro de segundo orden es de mucho menor amplitud y más corta (alrededor de dos ciclos) que la anterior. Finalmente, las estimaciones de la primera derivada del fasor proporcionada por el filtro de segundo orden se ilustran en la figura 15. Es evidente que la respuesta transitoria de las derivadas de magnitud y fase duran también alrededor de dos ciclos, con valores de estimación grandes cerca del origen, como era de esperarse de la derivada de un cambio tipo escalón. Esta tiene valores grandes debido a la discontinuidad en cero de la señal de

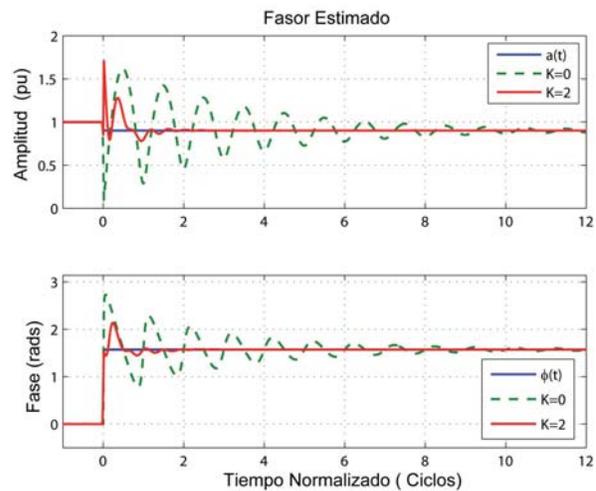


Fig. 13. Estimaciones de magnitud y fase obtenidas con el filtro de Kalman de segundo orden.

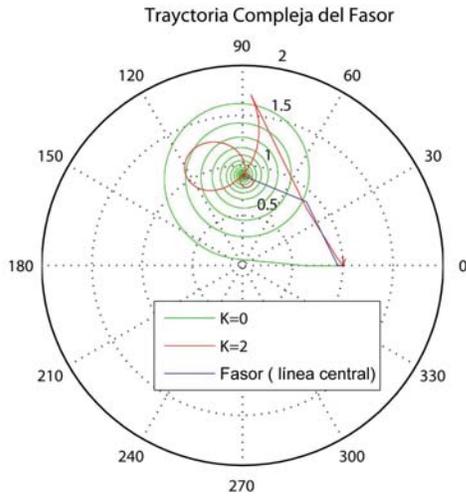


Fig. 14. Estimaciones de magnitud y fase proporcionadas por el filtro de Kalman de segundo orden.

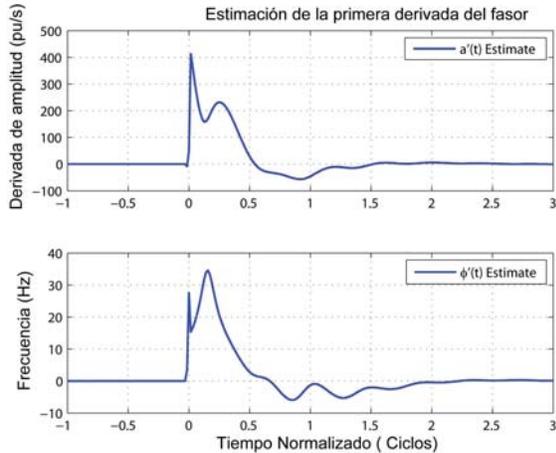


Fig. 15. Estimaciones de la primera derivada de amplitud y fase brindadas por el filtro de Kalman de segundo orden.

prueba, en donde el modelo de Taylor no es tan apropiado como en el caso anterior de fluctuaciones suaves de amplitud y fase.

Estimación de la respuesta al escalón de frecuencia

Finalmente, se muestra la prueba de la estimación del escalón de frecuencia (+5 Hz) incluida en la norma, referencia ¹, anexo G.4. La figura 16 ilustra la estimación de amplitud y fase del filtro. Note que se ha comparado el desarrollo de ambos filtros en la estimación de fase pero no en la estimación de magnitud. Esta discrepancia se puede entender mejor en la figura 17 que muestra la trayectoria

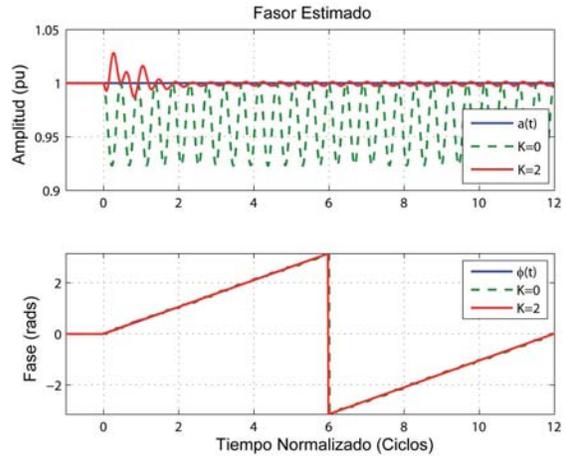


Fig. 16. Estimaciones de amplitud y fase de una señal con escalón en frecuencia, obtenidas con el filtro de Kalman de segundo orden.

de la estimación fasorial en el plano complejo. El filtro de orden cero produce considerables errores de magnitud como se puede ver en la trayectoria seguida en el plano complejo. Finalmente, la figura 18 muestra la estimación de la derivada del fasor con el filtro de segundo orden. Note que la frecuencia estimada converge al escalón en frecuencia ideal después de dos ciclos. Sin embargo un error perceptible es inevitable debido al hecho del escalón en frecuencia de la señal está fuera del modelo de señal. Los pequeños cambios después del segundo ciclo son sin duda debidos a la infiltración de la componente fundamental negativa,

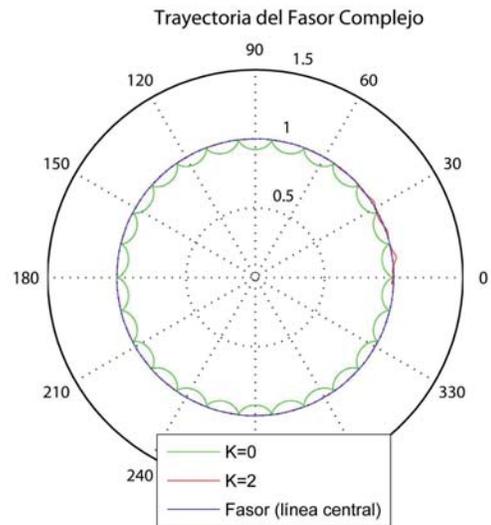


Fig. 17. Trayectoria del fasor obtenido con los filtros de orden dos y cero, de una señal con escalón de frecuencia.

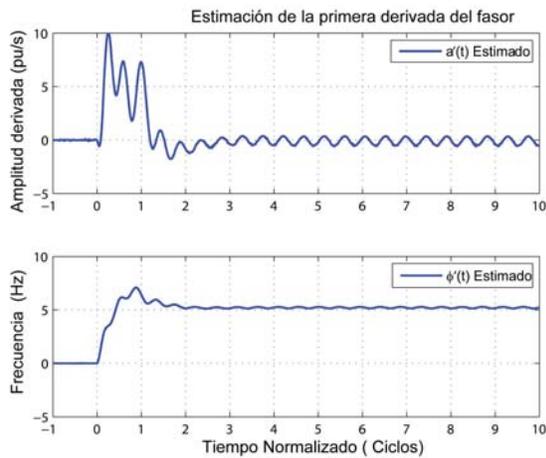


Fig. 18. Estimación de amplitud y fase de la primera derivada con el filtro de Kalman de segundo orden, en la señal con escalón de frecuencia.

ya que esta componente es vista desde 65 Hz a 130 Hz. El periodo de este tipo de infiltración sería de $130/60=2.1667$ ciclos por periodo fundamental, que corresponde precisamente con el período del error de la onda percibido en la figura 16 y 18. Sin embargo, debe hacerse más investigación para mejorar la respuesta de las estimaciones de las derivadas ante transitorios abruptos.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

El modelo de señal usado en este artículo está basado en una señal pasabanda. En realidad, las señales de los sistemas de potencia pueden contaminarse por armónicas o componentes de corriente directa no contemplados en dicho modelo ver ecuaciones (9) y (10). En esta sección el método propuesto es aplicado a una señal tomada de la práctica con un PMU de una subestación. La figura 19 ilustra la señal, así como el nivel de error de estimación con el estimador de orden cero y dos. Esta señal viene muestreada a 48 muestras por ciclo. Debido a que esta señal fue tomada en una subestación, no se le agregó ruido. Note que el error de estimación de la señal es muy pequeño. La estimación del fasor (amplitud y fase), así como de sus derivadas se muestran en la figura 20.

Es evidente que las estimaciones son ruidosas. Esto es debido a la presencia de la quinta armónica que se infiltra en las estimaciones de acuerdo con un análisis espectral de la señal. Una solución a este inconveniente sería prefiltrar la señal con un

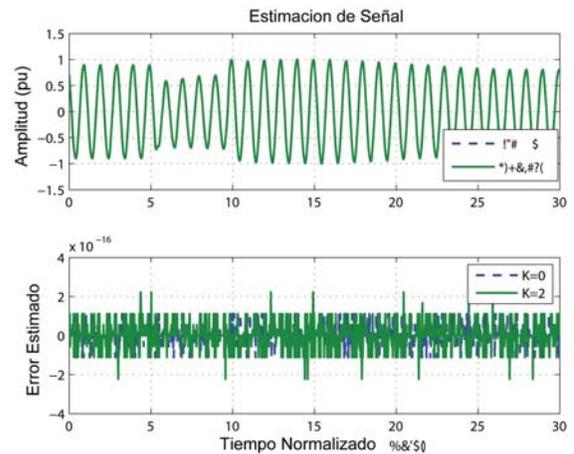


Fig. 19. Señal de prueba y señal de error estimada.

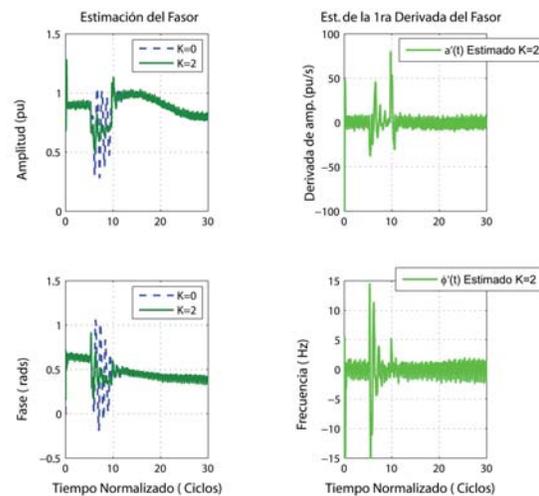


Fig. 20. Estimaciones de amplitud y fase de la señal de prueba con $K=0,2$ y sus primeras derivadas obtenidas con el filtro de Kalman de segundo orden.

filtro pasa banda para quitarle la armónica, pero ésta ocasionaría un retraso de uno o dos ciclos, además del cómputo de una convolución por muestra. La mejor solución consiste en extender la matriz de transición en (9) incluyendo en la diagonal la matriz $\psi_1^h \Phi$ y su complejo conjugado por armónica h . Esta opción es más apropiada porque sólo aumenta la cantidad de ganancias de Kalman por un factor igual a dos veces la cantidad de armónicas que desea excluir. La figura 21 muestra los estimados obtenidos mediante esta solución.

La mejora en las estimaciones es evidente, y esta aplicación solo necesita el doble de las ganancias de Kalman. Podemos ver que las estimaciones son muy buenas. Este método ampliado nos permite estimar los coeficientes de Taylor-Fourier¹¹ o los coeficientes de Fourier (DFT) con el filtro de Taylor K -Kalman.

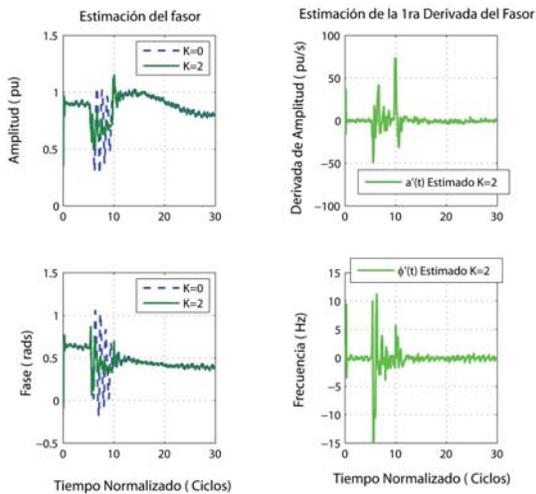


Fig. 21. Mejora de estimación sin la interferencia de la quinta armónica.

El número de productos por estimación de estados es de $(2H + 1)[(K + 1)^2 + 2(K + 1)]$ donde el modelo de señal contiene H armónicas y la componente de cd.

DISCUSIÓN

En el contexto de la protección de los equipos de transmisión, se hace mucho más hincapié en señales con cambios abruptos que con oscilaciones. Este particular explica porqué el filtro de Fourier de un ciclo es el prototipo de esta aplicación: en un cambio repentino entre dos estados estables la estimación fasorial alcanza buenas estimaciones de un estado estático al siguiente. Esto explica también que el estándar actual de sincrofasor,¹ se base en el modelo estático de fasor, pero en clara contradicción con la naturaleza dinámica de las oscilaciones. E incluso cuando se aplica de forma recursiva, sus estimaciones heredan fuertemente los defectos de la restrictiva condición estática impuesta.

El fasor dinámico, no es dinámico porque se aplica de forma recursiva, sino porque su modelo de señal incorpora términos de Taylor de orden mayor a cero. Bajo oscilaciones, no es lo mismo una serie de estimaciones fasoriales estáticas que una serie de dinámicas. Las estimaciones del filtro de Fourier son pobres debido a las infiltraciones de las oscilaciones en las altas derivadas. Una especie de solapamiento de Taylor, en el cual, las altas derivadas excluidas por el modelo estático de señal, se proyectan en las estimaciones fasoriales, debido a la no ortogonalidad de los términos de Taylor.

Al extender el modelo de señal a un mayor subespacio incluyendo derivadas de orden más alto, el filtro de Taylor K -Kalman es capaz de seguir las fluctuaciones lisas con mejor precisión, impidiendo la infiltración de las derivadas incorporadas en su modelo de señal. Por supuesto, ante cambios abruptos, las derivadas de orden más alto a las incluídas en el modelo se infiltrarán en sus estimaciones. En ese caso, el filtro Taylor K -Kalman, como cualquier sistema dinámico, puede caracterizarse por su respuesta transitoria. Pero entre el subespacio del modelo estático ($K=0$), y el del modelo transitorio ($K=\infty$), hay una serie de subespacios que albergan las derivadas de las fluctuaciones suaves. Este artículo descubre las ventajas del subespacio de orden dos ($K=2$) con respecto al subespacio estático ($K=0$).

En nuestra opinión, la principal contribución del presente artículo, además de restaurar el filtro de Kalman en aplicaciones de estimación fasorial, es la creación de un nuevo campo de aplicación para la estimación fasorial, mucho más adecuado para la aplicación de los PMUs (Phasor Measurement Unit) en redes de transmisión de área amplia. Su principal contribución es proporcionar un instrumento teórico nuevo para medir las oscilaciones de los sistemas de potencia, en condiciones que sobrepasan los límites del puro contexto de protecciones.

CONCLUSIONES

Es posible representar por medio de una matriz de transición de estados la aproximación de un polinomio de Taylor a la envolvente de las oscilaciones de un sistema de potencia, como una combinación lineal del fasor dinámico y sus primeras K derivadas.

El algoritmo del filtro de Taylor-Kalman puede aplicarse a señales de potencia oscilatorias para obtener buenas estimaciones instantáneas del correspondiente fasor oscilante y sus primeras derivadas, por la capacidad de los polinomios de Taylor para aproximarse a variaciones suaves.

Las estimaciones logradas con el modelo de segundo orden mejoran considerablemente las de orden cero ante oscilaciones suaves. El filtro de segundo orden reduce por un factor de diez el TVE del de orden cero (filtro de Kalman tradicional en protecciones). El filtro de segundo orden es mucho más estable que el filtro de orden cero, estableciendo

tiempos de respuesta transitoria alrededor de cinco veces menor (de doce ciclos a dos ciclos). Además el filtro de segundo orden mejora las estimaciones fasoriales en oscilación con fluctuaciones de frecuencia, con la ventaja de aportar estimaciones de frecuencia junto con las del fasor.

A pesar de las deficiencias mencionadas en el apartado anterior, estos resultados abren el camino a una nueva técnica de estimación fasorial usando otro tipo de observadores. La complejidad computacional de la estimación también podría reducirse estudiando la simetría de los modelos de señal compleja. Pero sin duda la principal ventaja de estas estimaciones fasoriales es que son instantáneas (sin retraso), lo que las hace idóneas para la aplicación de sincrofasores, que nunca antes habían sido sincronizados en tiempo real, debido al retraso implícito de los estimadores anteriores al propuesto en este artículo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) el apoyo recibido a través del proyecto I0013-90230: *Comparación de técnicas de estimación fasorial bajo la teoría de optimización.*

REFERENCIAS

1. Standard for synchrophasors for power systems, IEEE Std. C37.118-2005.
2. K. Martin, D. Hamai, M. Adamiak, S. Anderson, M. Begovic, G. Benmouyal, G. Brunello, J. Burger, J. Cai, B. Dickerson, V. Gharpure, B. Kennedy, D. Karlsson, A. Phadke, J. Salj, V. Skendzic, J. Sperr, Y. Song, C. Huntley, B. Kasztenny, and E. Price, Exploring the iee standard c37.118-2005 synchrophasors for power systems, vol. 23, no. 4, pp. 1805–1811, 2008.
3. A. G. Phadke and J. S. Thorp, Computer Relaying for Power Systems, 1st ed. Research Studies Press LTD, Sep. 1988.
4. L. Salvatore and A. Trotta, Flat-top windows for PWM waveform processing via DFT, Electric Power Applications, IEE Proceedings B, vol. 135, no. 6, pp. 346–361, 1988.
5. J. de la O Serna and K. Martin, Improving phasor measurements under power system oscillations,

- IEEE Trans. Power Syst., vol. 18, no. 1, pp. 160–166, 2003.
6. W. Premerlani, B. Kasztenny, and M. Adamiak, Development and implementation of a synchrophasor estimator capable of measurements under dynamic conditions, Power Delivery, IEEE Transactions on, vol. 23, no. 1, pp. 109–123, 2008.
7. D. Fan and V. Centeno, Phasor-Based synchronized frequency measurement in power systems, IEEE Trans. Power Del., vol. 22, no. 4, pp. 2010–2016, 2007.
8. A. Phadke and B. Kasztenny, Synchronized phasor and frequency measurement under transient conditions, IEEE Trans. Power Del., vol. 24, no. 1, pp. 89–95, 2009.
9. P. Mattavelli, A. Stankovic, and G. Verghese, SSR analysis with dynamic phasor model of thyristor-controlled series capacitor, IEEE Trans. Power Syst., vol. 14, no. 1, pp. 200–208, 1999.
10. J. de la O Serna, Dynamic phasor estimates for power system oscillations, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 56, no. 5, pp. 1648–1657, october 2007.
11. M. A. Platas and J. A. de la O Serna, Dynamic phasor and frequency estimates through maximally flat differentiators, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 59, no. 2, april 2010.
12. ———, Dynamic harmonic analysis through taylor-fourier transform, IEEE Trans. Instrum. Meas., In Press.
13. A. Girgis and R. Brown, Application of kalman filtering in computer relaying, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 100, no. 7, pp. 3387–3397, Jul. 1981.
14. A. Girgis, A new kalman filtering based digital distance relay, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 101, no. 9, pp. 3471–3480, 1982.
15. W. H.C., N. Johnson, and M. Sachdev, Kalman filtering applied to power system measurements relaying, Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on, vol. 104, no. 12, pp. 3565–3573, 1985.
16. G. Benmouyal, Frequency-domain characterization of kalman filters as applied to power system

- protection, IEEE Trans. Power Del., vol. 7, no. 3, pp. 1129–1138, 1992.
17. J. P. de Sa, A new kalman filter approach to digital relaying, IEEE Trans. Power Del., vol. 7, no. 3, pp. 1652–1660, 1992.
 18. L. Wang, Frequency responses of phasor-based microprocessor relaying algorithms, IEEE Trans. Power Del., vol. 14, 1999.
 19. P. K. Dash, R. K. Jena, G. Panda, and A. Routray, An extended complex kalman filter for frequency measurement of signals, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 49, 2000.
 20. P. Zarchan, H. Musoff, and F. K. Lu, Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach, 3rd ed. AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast, Sep. 2009.
 21. J. A. de la O Serna and J. Rodríguez, Instantaneous oscillating phasor estimates with taylor-k-kalman filters, IEEE Trans. Power Syst., vol. 26, no. 4, pp. 2336–2344, november 2011.
 22. D. G. Manolakis, D. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon, Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing. Artech House Publishers, Apr. 2005.
 23. D. Simon, Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches. Wiley-Interscience, Jun. 2006.
 24. M. L. *et al.*, Exploiting nonlinear recurrence and fractal scaling properties for voice disorder detection, Biomed Eng. Online, vol. 6, no. 23, 2007.

18

Congreso Internacional Anual SOMIM
Salamanca Guanajuato **2012**

Universidad de Guanajuato
Departamento de Ingeniería
mecánica

Innovando por un
México
competitivo
y sustentable

19-20-21
septiembre

Temas
Diseño Mecánico
Termafluidos
Materiales
Mecánica Teórica
Mecanismos, Automatización
Procesos de Manufactura
Robótica
Educación en Ingeniería

Participan
Investigadores
Docentes
Profesionales
Estudiantes

Fechas
13 Mayo
Recepción de Artículos
17 Junio
Notificación para Autores
22 Julio
Recepción Final de Artículos

Informes e inscripciones
www.ingenieria.ugto.mx

Universidad de Guanajuato
Sede Campus Facultad Salamanca

Comités: Salamanca, Valle de Santiago, Irapuato, León, Toluca, Salamanca, Gto.